

直升机旋翼多层层压黏弹阻尼器多参数 动力学建模与分析

李锐锐, 杨卫东, 虞志浩

(南京航空航天大学 航空宇航学院 直升机旋翼动力学国家级重点实验室, 南京 210016)

摘 要: 针对基于柔性多体系统动力学的直升机旋翼系统动力学建模方法的要求, 结合嵌入式多层层压黏弹阻尼器结构特点, 建立了基于内变量理论的嵌入式多层层压黏弹阻尼器时域模型. 通过引入多层内变量场, 改善模型在较宽应变幅值范围和激振频率范围内计算阻尼器动特性及双频激振下动特性的能力. 在阻尼器建模过程中考虑了嵌入式多层层压黏弹阻尼器中金属隔片的影响, 引入温度传递函数考虑了阻尼器在工作过程中温度上升对黏弹材料的影响, 提高了阻尼器模型的精度. 通过计算分析与实验结果相比较, 验证了阻尼器模型在不同应变幅值、激振频率以及双频激振下的有效性, 为直升机旋翼气弹分析计算提供了一种嵌入式多层层压黏弹阻尼器模型.

关 键 词: 直升机; 旋翼; 动力学; 阻尼器; 非线性; 黏弹材料

中图分类号: V216.2

文献标志码: A

Multiple parameters dynamic modeling and analysis of helicopter rotor multi-layer elastomeric damper

LI Rui-rui, YANG Wei-dong, YU Zhi-hao

(National Key Laboratory of Rotorcraft Aeromechanics, College of Aerospace Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: According to the requirement from the helicopter rotor system dynamic modeling method based on the flexible multibody system dynamics method, a time-domain embedded multi-layer elastomeric damper model based on internal variable theory was developed in consideration of the structural characteristics of the embedded multi-layer elastomeric damper. By using the multi-layer internal variable field, the model is more capable to calculate the dynamic characteristic of the damper over a wide strain amplitude and excitation frequency range and under dual frequency excitation condition. The influence of the metal shims of embedded multi-layer elastomeric damper was considered in modeling process, and the influence of the temperature rise during the damper operation on elastomeric material was considered by temperature shift function, improving the accuracy of damper. The calculational results and the experimental data were compared to verify the effectiveness of damper model under different strain amplitudes, excitation frequencies and dual frequency excitation conditions. This work provides an embedded multi-layer elastomeric damper model for calculating and analysis of helicopter rotor system aeroelastic stability.

Key words: helicopter; rotor; dynamic; damper; nonlinearity; elastomeric material

阻尼器是直升机旋翼系统的重要部件,抑制旋转平面内的不稳定运动,避免直升机发生“地面共振”和空中共振。随着直升机技术的不断发展,特别是无铰旋翼、无轴承旋翼等先进构型旋翼的出现,直升机的性能获得了极大的提升,对阻尼器的性能也提出了更高要求。黏弹阻尼器结构简单,提高了阻尼器的可靠性与可维护性,获得了广泛的应用^[1-2]。

先进构型旋翼桨叶弹性变形显著,结构耦合与几何非线性对旋翼气弹分析精度影响大,传统分析模型中阻尼器等构件对桨叶影响简化为边界条件^[3-4],建立的模型不够精细,难以准确地计算旋翼气弹特性。新型基于柔性多体系统动力学方法的直升机旋翼系统动力学模型中,阻尼器作为独立构件单独建模,并与旋翼桨叶模型一同求解^[5-6]。

旋翼系统气弹特性计算中,通常采用直接积分法求解阻尼器与旋翼桨叶的耦合运动,需要阻尼器模型在时域内高效计算阻尼器的应力-应变关系^[7]。现有黏弹材料模型主要分为标准机械模型、分数导数模型、细观力学模型等。标准机械模型中的复模量模型仅针对单一频率建立,不是时域模型,且不能反映黏弹阻尼器应力-应变的非线性关系,精度不足。分数导数模型在时域响应计算中,需要进行反 Laplace 变换,计算效率较低^[8]。

旋翼系统阻尼器同时承受摆振运动和一转每次两个频率的激振,称为双频激振。双频激振下黏弹阻尼器的阻尼会显著下降,在阻尼器设计、旋翼系统稳定性分析中需要加以关注^[9-11]。内变量模型不依赖激振频率作为参数,能直接得到时域内应力对应变的响应^[12-13]。增加内变量场的个数即可在较宽应变幅值和频率范围内较好地拟合材料的力学性能,特别是能够计算双频激振这一直升机典型工作状态,结构简单,使用方便,可应用于旋翼黏弹阻尼器建模^[14-15]。如图1,嵌入式多层次

压黏弹阻尼器在结构上与传统的板式或筒式黏弹阻尼器有一定区别,动力学建模与研究中对模型的结构做出调整,考虑阻尼器层压结构的特点和金属隔片的影响,为旋翼系统的空中共振、“地面共振”的稳定性分析及载荷计算等研究提供更加合适的阻尼器模型^[16-17]。

本文基于黏弹材料多层内变量场模型以提高模型对于频率和应变幅值的适应性,构建适用于直升机旋翼气弹分析的嵌入式多层次压黏弹阻尼器时域模型,与频域模型相比,时域模型可以更好地描述黏弹阻尼器应力-应变的对应关系。模型引入温度传递函数,考虑了温度对黏弹材料的影响,计入金属隔片的惯性影响,更准确地描述真实结构特点,可以描述大应变下的应力非线性。通过分析计算结果与实验数据对比验证考虑温度、频率等多参数影响的嵌入式多层次压黏弹阻尼器模型的正确性。

1 黏弹阻尼器

1.1 模型概述

直升机旋翼气弹方程采用多体动力学方法建模时,桨叶、桨毂、阻尼器等单个构件上分别固连一个刚体坐标系,构件的运动由刚体坐标系本身的刚体运动和构件相对于刚体坐标系的弹性运动来共同表示。

构件在建模时保持相互之间的独立性,利用约束方程建立联系,组成系统运动方程,方便构建各种构型的直升机旋翼动力学模型。将各构件的动力学方程、约束方程及与气动力相关的方程联立,并在构件动力学方程中添加与约束方程数目相等的广义乘子,得到的包含嵌入式多层次压黏弹阻尼器的直升机旋翼气弹方程如下:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{J}_f & 0 \\ \mathbf{J}_q & 0 & 0 \\ \mathbf{M}_d & 0 & \mathbf{C}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{f} \\ \dot{\mathbf{q}}^a \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{F}_f \\ \mathbf{F}_d \\ \mathbf{F}_\lambda \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{M}$ 为旋翼系统质量矩阵, $\mathbf{M}_d$ 为阻尼器运动方程质量矩阵, $\mathbf{M}_\lambda$ 为入流模型惯性影响矩阵, $\mathbf{C}_d$ 为内变量场广义系数矩阵, $\mathbf{J}_q$ 为加速度约束方程的 Jacobi 矩阵, $\mathbf{J}_f$ 一般为 $\mathbf{J}_q$ 的转置, $\mathbf{q}$ 为旋翼运动的广义坐标, $\mathbf{q}^a$ 为内变量场广义坐标, $\mathbf{f}$ 为广义乘子, $\boldsymbol{\lambda}$ 为入流方程自由度,方程右端为非线性项,其中 $\mathbf{F}_f$ 为加速度约束方程的非线性力项, $\mathbf{F}_d$ 为阻尼器运动方程的非线性力项, $\mathbf{F}_\lambda$ 为入流

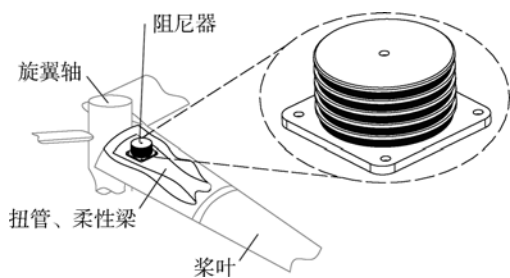


图1 典型嵌入式多层次压黏弹阻尼器

Fig. 1 Typical embedded multi-layer elastomeric damper

模型的非线性力项, 缩并和消去式(1)中的非独立广义坐标, 并将方程表示为1阶微分方程形式

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_e & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I} & 0 \\ \mathbf{M}_d^* & 0 & \mathbf{C}_d^* \end{bmatrix} \dot{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \dot{\mathbf{q}}_e \\ \mathbf{F}_d \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{M}_e$, $\mathbf{M}_d^*$, $\mathbf{C}_d^*$ 分别为式(1)缩并后所得到的相应的系数矩阵, 状态量

$$\mathbf{y} = [\dot{\mathbf{q}}_e \quad \mathbf{q}_e \quad \mathbf{q}^a \quad \delta \lambda]^T$$

$\mathbf{q}_e$ 为旋翼运动独立广义坐标, 采用上述形式表达的直升机旋翼气弹方程较为简洁, 计算量小。

1.2 黏弹材料模型

黏弹材料建模采用多层内变量场模型为基础模型^[15], 并引入温度传递函数用来修正黏弹材料的自加热现象造成的材料特性变化^[18]. 图2为多层内变量场模型, 模型主要分为弹性位移场, 多层滞弹位移场和多层滑移组件3个部分. 黏弹材料模型的本构关系为

$$\sigma = G_u \left(\epsilon - \sum_{i=1}^n \epsilon_i^a \right) + \sum_{j=1}^n \sigma_j^f \quad (3)$$

其中 σ 为总应力, ϵ 为总应变, ϵ_i^a 为滞弹位移场应变, σ_j^f 为滑移组件应力, G_u 为弹性模量。

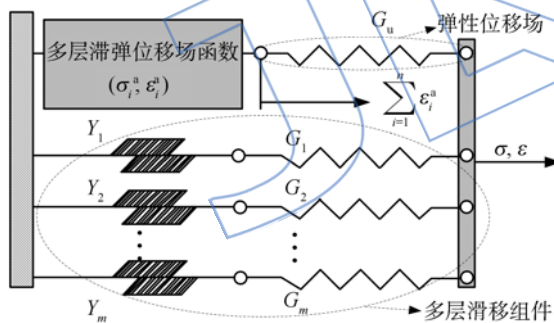


图2 多层内变量场模型示意图

Fig. 2 Schematic of multi-layer internal variable field model

滞弹位移场的运动微分方程为

$$\alpha_t d\epsilon_i^a - G_u \epsilon + c G_u \epsilon_i^a = F_{nl} \quad (4)$$

其中 c 为损耗系数, F_{nl} 为非线性力. 温度的变化会引起黏弹材料特性变化, 式(4)中的 α_t 为温度修正系数, 表达式如下:

$$\alpha_t = \exp[\alpha(1/T - 1/T_{ref})] \quad (5)$$

其中 α 为温度传递系数, 黏弹材料的升温过程其实就是所消耗的机械能转化成内能的过程, 黏弹材料的温度变化由下式给出:

$$c_V \dot{T}_i - \kappa T_i'' = \frac{\alpha_i c G_u}{\Omega} \left(\tau \sum_{j=1}^n \epsilon_{ij}^a \right)^2 \quad (6)$$

其中 c_V 为比定容热容, κ 为导热系数, Ω 为材料参数, τ 为黏弹阻尼器黏弹材料层的厚度. 方程右端为热源密度函数. T 为黏弹材料温度, T_{ref} 为参考温度. 图3为滑移组件的工作原理^[19], AB 为组件在 t_k 时刻的位置, AC 为组件在 t_{k+1} 时刻的位置. G_j 为第 j 层滑移组件中所串联的弹簧的刚度, $\sigma_{critical,j}$ 为第 j 层滑移组件的滑块的滑动临界应力。

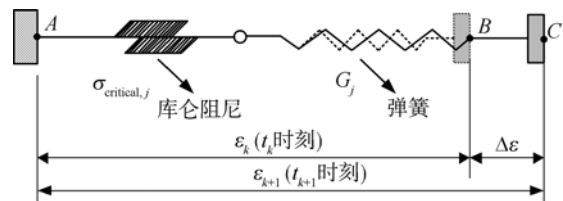


图3 滑移组件工作原理示意图

Fig. 3 Schematic of friction element

弹簧的试探应力 σ_{trial} 由下式得到

$$\sigma_{trial} = \sigma_k + G_j \times \Delta \epsilon \quad (7)$$

然后与滑动临界应力比较得到 t_{k+1} 时刻的应力

$$\sigma_{k+1} = \begin{cases} \sigma_{trial} & |\sigma_{trial}| \leq \sigma_{critical,j} \\ (\sigma_{trial} / |\sigma_{trial}|) \times \sigma_{critical,j} & |\sigma_{trial}| \geq \sigma_{critical,j} \end{cases} \quad (8)$$

σ_{k+1} 即为 t_{k+1} 时刻的应力。

1.3 黏弹阻尼器模型

利用上述黏弹材料模型构建黏弹阻尼器的动力学模型. 模型如图4中所示, 黏弹材料采用多层内变量场模型, 模型中的节点位置为金属隔片所处位置, 上下两层的黏弹材料在节点处对接, 弹性位移场在节点处保持连续. 图4中的 u 为节点位移。

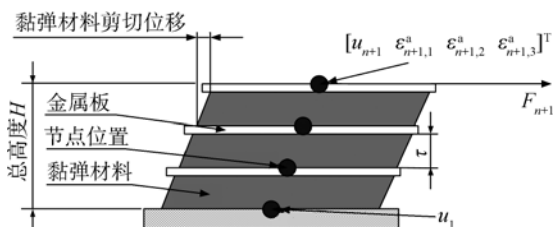


图4 黏弹阻尼器模型示意图

Fig. 4 Schematic of elastomeric damper model

将滞弹位移场自由度改写为应变形式, 单元方程如式(9)和式(12). 因为各橡胶层之间由金属隔片隔离开来, 所以不同层之间的黏弹材料在节点处并不连续, 改写成应变形式后可以减少自由度。

$$\mathbf{M} \begin{bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_{i+1} \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} u_i \\ u_{i+1} \end{bmatrix} = \mathbf{F}_r - \mathbf{F}_a - \mathbf{F}_f \quad (9)$$

其中 $\mathbf{K}$ 为刚度矩阵, $\mathbf{F}_r$ 为节点力, $\mathbf{F}_r = [f_i \quad -f_i]^T$, $\mathbf{F}_a$ 为滞弹位移场作用力

$$\mathbf{F}_a = \left[AG_u \sum_{j=1}^{n_a} \epsilon_{ij}^a \quad -AG_u \sum_{j=1}^{n_a} \epsilon_{ij}^a \right]^T \quad (10)$$

A 为黏弹阻尼器黏弹材料层面积.

$$\mathbf{F}_f = \left[A \sum_{j=1}^{n_f} \sigma_{ij}^f \quad -A \sum_{j=1}^{n_f} \sigma_{ij}^f \right]^T \quad (11)$$

每个单元的滞弹位移场的运动方程如下:

$$\alpha_d d \dot{\epsilon}_{ij}^a - \frac{G_u}{\tau} (u_{i+1} - u_i) + c_i G_u \epsilon_{ij}^a = F_{nli} \quad (12)$$

其中 $F_{nli} = K_{d2} (\sigma_i^a)^3 d_i$, $d_i = c_i G_u / \Omega_i$, K_{d2} 为模型参数. 式(9)、式(12)组集后再将各节点处的金属隔片的集中质量加入质量矩阵得到黏弹阻尼器运动方程并降阶后改写为 1 阶形式

$$\mathbf{A}_d \dot{\mathbf{d}} = \mathbf{F}_c - \mathbf{B}_d \mathbf{d} \quad (13)$$

其中状态量

$$\mathbf{d} = [\dot{u}_1 \quad \dot{u}_2 \quad \cdots \quad \dot{u}_n \quad u_1 \quad \cdots \quad u_n \quad \epsilon_{11}^a \quad \epsilon_{12}^a \quad \cdots \quad \epsilon_{1n}^a \quad \cdots \quad \epsilon_{nm}^a]^T \quad (14)$$

$\mathbf{A}_d$ 为状态量 $\mathbf{d}$ 的 1 阶导数 $\dot{\mathbf{d}}$ 的系数矩阵, $\mathbf{B}_d$ 为状态量 $\mathbf{d}$ 的系数矩阵, $\mathbf{F}_c$ 为非线性力向量. 式(13)为 1 阶常微分方程, 使用直接积分法可直接求解式(13), 采用 4 阶 Runge-Kutta 方法求解.

2 算例分析及验证

2.1 温变黏弹材料算例分析验证

由文献[18]可知, 黏弹阻尼器在工作状态下温度会上升 10~40 K, 当环境温度较低时, 工作状态下与静止状态下的温度差别会更大. 式(6)用来描述材料的热力学特性. 此方程用来求解黏弹阻尼器工作时黏弹材料温度的变化, 方程中的系数如表 1 所示.

表 1 温度传递函数系数

Table 1 Coefficients of temperature shift function

系数	数值
比定容热容 $c_v / 10^6 (\text{J}/(\text{m}^3 \cdot \text{K}))$	1.65
导热系数 $\kappa / (\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K}))$	5.0
温度传递系数 α / K	9000
参考温度 $T_{\text{ref}} / \text{K}$	300

本文中采用的其他模型参数由文献[14]得

到, 计算激励频率为 0.1, 1, 10 Hz 时的迟滞回线, 并与文献[14]中的实验数据进行比较. 由图 5 可见, 经过温度传递函数修正的计算结果与实验数据吻合较好.

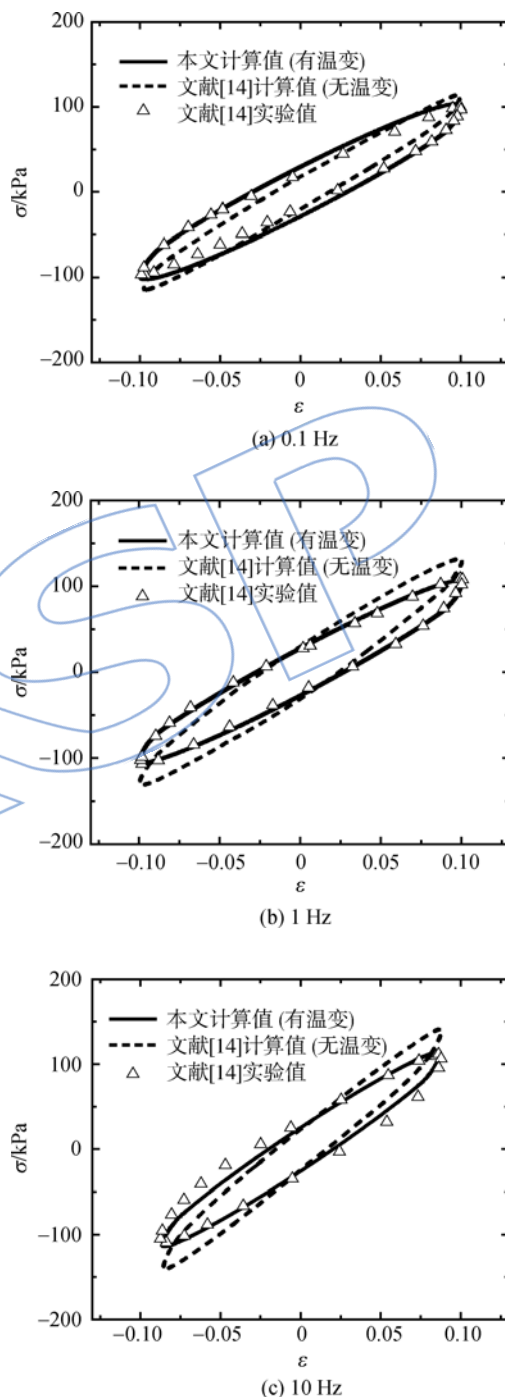


图 5 温度传递函数修正不同频率迟滞回线理论与实验结果对比

Fig. 5 Calculation and experimental results comparison of hysteresis loops with temperature shift function of different frequencies

黏弹阻尼器工作时,系统中的机械能会转化为内能,从而达到耗散能量保持系统稳定的目的.当机械能转化为内能时,黏弹材料的温度上升,材料的弹性模量会下降,所以黏弹材料的模量也是温度和工作时间的函数.文献[14]中,计算值与实验值之间还存在一定的差别,主要表现为实验曲线的倾斜程度小于计算曲线.这是由于黏弹材料温度上升造成的材料模量下降的结果.本文利用温度传递函数来修正温度上升时模量下降的现象,提高了计算的精度.

直升机在前飞时,黏弹阻尼器受到的激振力中同时包含1阶摆振运动的频率和旋翼转速一阶每次成分.这时的工作特性与单频激励有较大的差别.图6为黏弹阻尼器在激振频率同时包含2,4 Hz,应变为1%和10%的双频激振下的迟滞回线.

如图6所示,本文采用的黏弹材料模型能较好地描述双频激振下的迟滞回线.双频激振在很大程度上减小了黏弹阻尼器的阻尼,黏弹阻尼器在双频激振下,一个周期内所消耗的能量为外圈和内圈的面积之差,一个周期内减少的能量消耗超过50%^[9-11].所以在直升机气弹分析中需要考虑由于双频激振造成黏弹阻尼器性能下降所带来的影响.

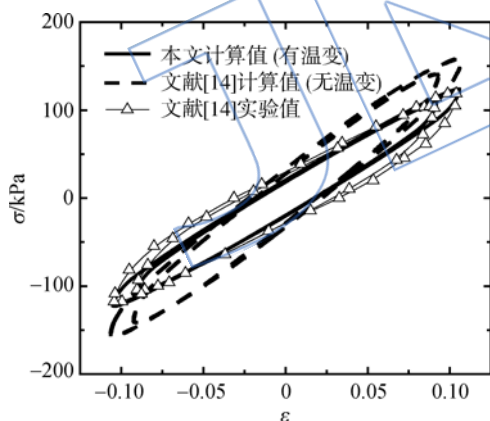


图6 温度传递函数修正双频激振下的迟滞回线

Fig. 6 Hysteresis loops with temperature shift function of dual-frequency excitation

2.2 多层层压黏弹阻尼器计算实验对比分析

为了研究嵌入式多层层压黏弹阻尼器的特性,计算五单元黏弹阻尼器有限元模型的时间历程曲线,即模型含有5层黏弹材料层,6片金属隔片.模型的外形如图1所示,几何参数由表2给出,其中金属隔片的几何参数仅用于计入金属隔片的惯性影响,激振频率为25 Hz,激振位移幅值为16 mm.

表2 多层层压黏弹阻尼器几何参数

Table 2 Geometric parameters of multi-layer elastomeric damper

参数	数值
橡胶层单层厚度/mm	16
金属隔片厚度/mm	4
橡胶层面积/mm ²	0.08
金属隔片体积/10 ⁻⁴ m ³	3.54
金属隔片密度/(kg/m ³)	7900

图7为五单元黏弹阻尼器应变-时间历程曲线, $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4, \epsilon_5$ 分别为由自由端向固定端方向的各层黏弹材料层的应变.

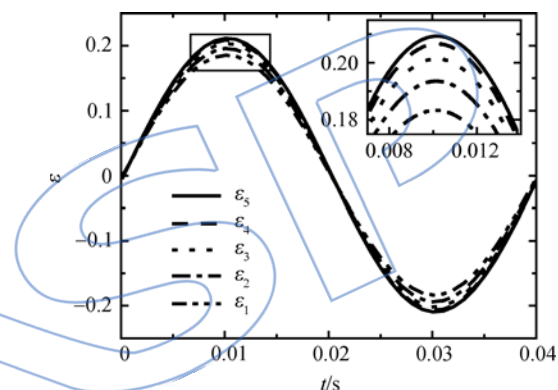


图7 五单元黏弹阻尼器应变-时间历程曲线

Fig. 7 Strain-time history curves of five-element elastomeric damper

由图7可以看出越靠近固定端的应变越大,这是因为在节点处有质量存在,当激振频率较高时,节点处的惯性影响也较大,靠近激振力端的5号节点在惯性的作用下位移大于没有惯性的情况,所以6号节点与5号节点的相对位移小于平均位移,黏弹材料层的应变也较小.同理靠近固定端的2号节点位移较大,由于1号节点固定所以两者的相对位移大于平均位移,黏弹材料层的应变也较小.由于黏弹阻尼器的反力仅为最接近激振力一层橡胶层的反力,所以多层结构黏弹阻尼器的刚度会较单层结构黏弹阻尼器有所下降,但局部的应变会上升.

图8为黏弹阻尼器的黏弹材料总厚度为80 mm时,激振频率、激振位移幅值相同,黏弹材料层数不同的黏弹阻尼器的迟滞回线的相互比较.由图8中不同迟滞回线环所倾斜的角度可以看出当黏弹材料的层数增加时黏弹阻尼器的刚度下降;由不同迟滞回线环所围的面积基本相当可以

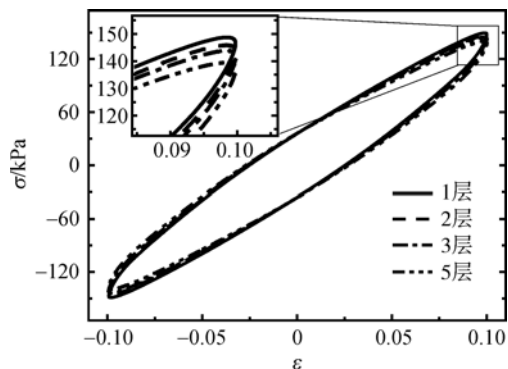


图8 不同层数的黏弹阻尼器迟滞回线

Fig. 8 Hysteresis loops of elastomeric dampers with different layers

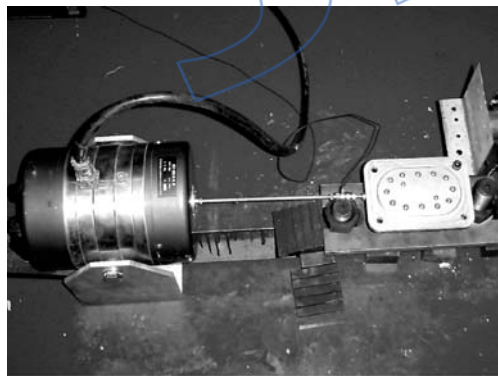
得出,当黏弹阻尼器的层数增加时在同一周期内消耗的能量基本没有变化。

3 实验验证

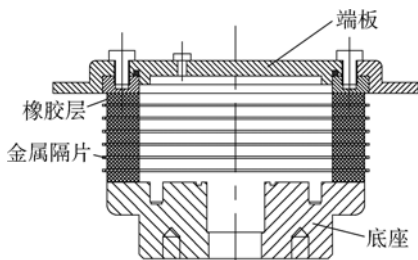
3.1 实验情况

本实验的实验模型为多层橡胶金属隔片结构,其中橡胶层为7层,金属隔片为6片,橡胶层厚度为4.5 mm,金属隔片厚度为1.5 mm,黏弹层剪切面积为 $4.7 \times 10^{-3} \text{ m}^2$,位移幅值为2 mm. 实验频率为2, 6, 10 Hz.

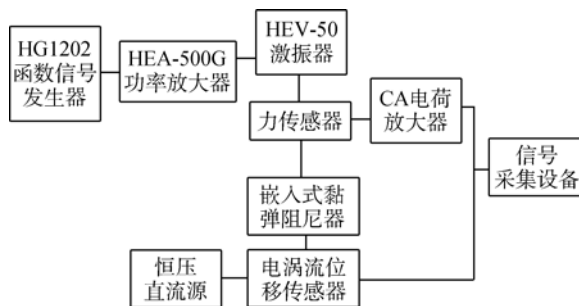
嵌入式多层压黏弹阻尼器模型实验是在南京航空航天大学直升机旋翼动力学国家级重点实验室进行的. 图9(a)为实验模型照片,图9(b)为



(a) 实验模型照片



(b) 实验模型剖视图



(c) 实验设备连接图

图9 实验模型及实验设备

Fig. 9 Test model and test facility

实验模型剖视图,图9(c)为实验设备连接图. 设备有 HEV-50 激振器、HG1202 函数信号发生器、HEA-500G 功率放大器、CA 电荷放大器、力传感器、恒压直流源、电涡流位移传感器和信号采集设备。

3.2 参数识别

本文采用了文献[15]中所用的参数识别方法,与实验数据相互比较,得到的黏弹阻尼器实验模型识别参数在表3中列出。

表3 黏弹阻尼器实验模型识别参数

Table 3 Characterization parameters of test model for elastomeric damper

参数	数值
弹性模量 G_0 / MPa	0.78
损耗系数 c_1	4.2
损耗系数 c_2	5.07
损耗系数 c_3	3.5
密度 ρ / (kg/m ³)	928
$K_{d21} / 10^{-16}$ (Hz/Pa ³)	1.04
$K_{d22} / 10^{-14}$ (Hz/Pa ³)	4.12
$K_{d23} / 10^{-11}$ (Hz/Pa ³)	1.928
临界应力 1 $\sigma_{critical,1}$ / Pa	917
临界应力 2 $\sigma_{critical,2}$ / Pa	1696
临界应力 3 $\sigma_{critical,3}$ / Pa	2882
模量 $G_1 / 10^6$ Pa	1.33
模量 $G_2 / 10^5$ Pa	1.89
模量 $G_3 / 10^5$ Pa	1.46

3.3 实验与计算结果对比

通过识别的参数,本文计算了实验模型的力-

位移曲线,并与实验数据相互比较.图10示出了位移幅值为2mm,实验频率为2,6,10 Hz的迟滞回线,其中 F_d 表示黏弹阻尼器端部的力, D_d 表示黏弹阻尼器端部的位移.由图10可以看出,计算值与实验值的吻合度好.通过上述方法建立的黏弹阻尼器模型能计算黏弹阻尼器在不同激振频率下的力-位移曲线.

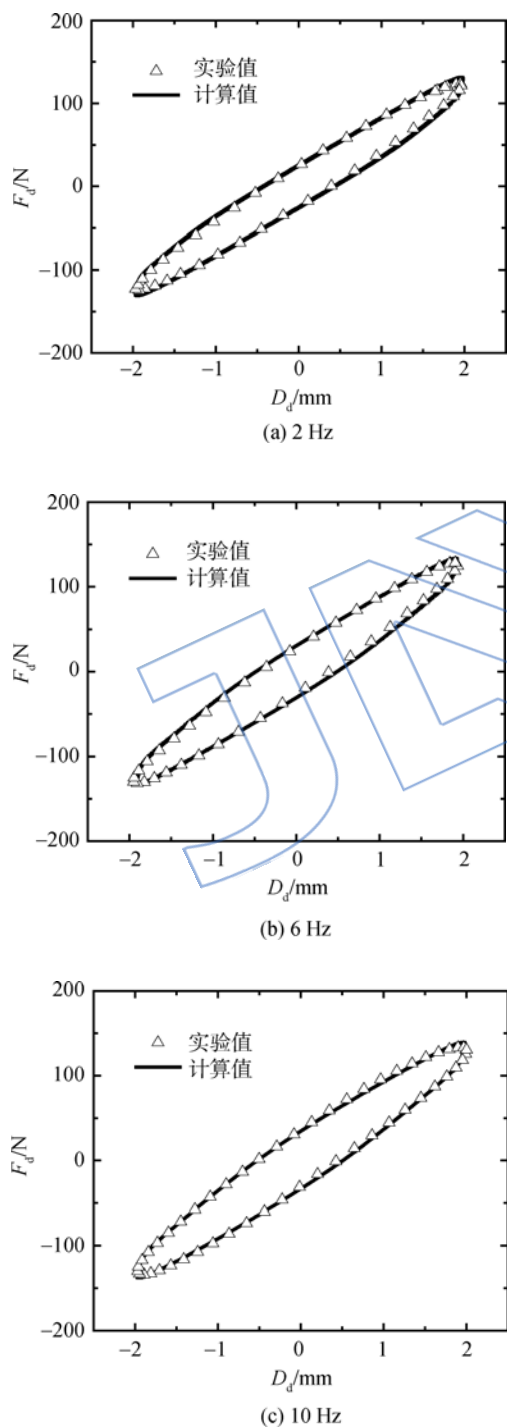


图10 不同频率迟滞回线

Fig. 10 Hysteresis loops of different frequencies

4 结 论

本文基于多层内变量场模型,建立了嵌入式多层层压黏弹阻尼器动力学模型,对比验证了计算分析与实验结果,综合本文的计算和实验结果,得到以下结论:

1) 本文建立的嵌入式多层层压黏弹阻尼器模型计算结果与实验数据吻合度更高,验证了分析模型的正确性.

2) 本文建立的嵌入式多层层压黏弹阻尼器模型贴合柔性多体系统动力学旋翼气弹分析建模方法的要求,适合与旋翼模型相结合计算分析直升机气弹稳定性.

3) 温度对于黏弹材料性能影响较大,考虑温度影响能提高黏弹阻尼器模型的精度.双频激振为直升机黏弹阻尼器的典型工作状态,且双频激振对黏弹阻尼器的动态特性有较大的影响,在旋翼气弹分析计算中需要考虑双频激振对于旋翼系统稳定性的影响.

4) 引入金属隔片的惯性影响,更好地体现嵌入式多层层压黏弹阻尼器结构上与传统黏弹阻尼器的区别,高频激励下黏弹阻尼器中金属隔片的惯性对黏弹阻尼器特性的影响显著增强,造成黏弹阻尼器各层黏弹材料的应变幅值不同,越接近固定端的应变幅值越大,黏弹阻尼器的总刚度下降,局部的应变上升,局部应力水平上升.

参考文献:

- [1] JU Changkuan. Modeling friction phenomena and elastic-damper in multibody dynamics analysis[D]. Atlanta, US: Georgia Institute of Technology, 2009.
- [2] Bramwell A. Bramwell's helicopter dynamics[M]. Oxford: Butterworth-Heinemann Limited, 2001.
- [3] Bir G, Chopra I. University of Maryland advanced rotorcraft code (UMARC) theory manual[R]. Washington: University of Maryland, Aero Report 92-02, 1992.
- [4] Chopra I. Dynamic stability of bearingless circulation control rotor blade in hover[J]. Journal of the American Helicopter Society, 1985, 30(4): 40-47.
- [5] 虞志浩, 杨卫东, 邓景辉. 基于多体动力学的旋翼模型与气弹稳定性[J]. 航空动力学报, 2012, 27(5): 1122-1130.
YU Zhihao, YANG Weidong, DENG Jinghui. Model of rotor aeroelastic stability using dynamics of flexible multibody system[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(5): 1122-1130. (in Chinese)
- [6] Hopkins A, Ormiston R. An examination of selected problems in rotor blade structural mechanics and dynamics[J]. Journal of the American Helicopter Society, 2006, 51(1):

- 104-125.
- [7] Wei H, Norman M. Distributed rate-dependent elastoslide model for elastomeric lag dampers[J]. *Journal of Aircraft*, 2007, 44(6):1972-1984.
- [8] 吴杰,上官文斌. 采用超弹性-粘弹性-弹塑性本构模型的橡胶隔振器动态特性计算方法[J]. *机械工程学报*, 2010, 46(14):109-114.
- WU Jie, SHANGGUAN Wenbin. Computational method for dynamic properties of rubber isolators using hyperelastic viscoelastic plastoelastic constitutive model[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(14): 109-114. (in Chinese)
- [9] Grilli R, Krishnan R, Wereley N. Mechanisms based analysis of filled elastomeric dampers under single and dual frequency excitations[J]. *Journal of the American Helicopter Society*, 2008, 53(3):252-266.
- [10] Wei H, Norman M. Rate-dependent elastoslide model for single and dual frequency MR lag damper behavior[J]. *International Journal of Modern Physics*, 2005, 19(7):1527-1533.
- [11] Felker F, Lau B. Nonlinear behavior of an elastomeric lag damper undergoing dual frequency motion and its effect on rotor dynamic[J]. *Journal of American Helicopter Society*, 1987, 32(4):45-53.
- [12] Ferry J. *Viscoelastic properties of polymers*[M]. New York: John Wiley & Sons, 1980.
- [13] Smith E, Govindswamy K. Aeroelastic response & stability of helicopters with elastomeric lag damper[J]. *Journal of the American Helicopter Society*, 1996, 41(3):257-266.
- [14] Brackbill C, Lesieutre G. Characterization and modeling of the low strain amplitude and frequency dependent behavior of elastomeric damper materials[J]. *Journal of the American Helicopter Society*, 2000, 45(1):34-42.
- [15] Brackbill C. Helicopter rotor aeroelastic analysis using a refine elastomeric damper model[D]. Harrisburg, US: Pennsylvania State University, 2000.
- [16] 曹涛. 带叶间粘弹减摆器的旋翼耦合系统气弹动力学研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2004.
- CAO Tao. Dynamic research of the coupled rotor system with inter-blade elastomeric lag damper[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2004. (in Chinese)
- [17] 郑俊伟. 嵌入式液弹阻尼器设计分析与试验研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2009.
- ZHENG Junwei. Design analysis and experiment research of the embedded fluid elastic damper[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009. (in Chinese)
- [18] Brackbill C, Lesieutre G. Thermomechanical modeling of elastomeric materials[J]. *Journal of Smart Materials and Structures*, 1996, 5(5):529-539.
- [19] Austrell P. Modeling of elasticity and damping for filled elastomers[D]. Lund, Sweden: Lund Institute of Technology, 1997.